

УДК 35.071.1

В. В. Обрядін, В. В. Антоненко, В. В. Овчаренко

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНЮВАННЯ ВТРАТ У БОЮ З УРАХУВАННЯМ ЧИННИКІВ ОРГАНІЗАЦІЇ СИСТЕМ РОЗВІДКИ ТА УПРАВЛІННЯ, ЗРАЗКІВ ОЗБРОСННЯ, ВПЛИВУ ФАКТОРІВ НЕСПОДІВАНОСТІ ТА ВВЕДЕННЯ РЕЗЕРВІВ**

*Розглянуто питання створення і використання математичної моделі оцінювання взаємних втрат різнотипно озброєних підрозділів протидіючих сторін у бою, що може виникнути у локальному конфлікті. Модель забезпечує проведення аналізу втручання у процес бою чинників, які характеризують діяльність створеної системи розвідки, ступінь удосконалення системи управління вогнем, вплив фактора несподіваності у відкритті вогню та визначення часу введення резервів.*

**Ключові слова:** система розвідки, система управління вогнем, введення резервів.

**Постановка проблеми.** Рішення на бій – це заснований на закономірностях і принципах воєнного мистецтва, правильному з'ясуванні одержаного бойового завдання й оцінці обстановки результат творчого мислення і волі командира, що визначає мету бойових дій, сили, засоби, способи та строки її досягнення, а також завдання підлеглих. Найважливішою вимогою до рішення на бій є його *наукова обґрунтованість*, тобто відповідність сформованій й очікуваній обстановці, одержаному завданню, замислу старшого начальника, закономірностям і принципам ведення бойових дій, що закріплені в уставах.

Крім обґрунтованості кожне рішення на бій має бути *вчасно прийняте*, дозволяти військам ретельно підготуватися до його виконання, попередити противника у відкритті вогню, а також бути для підлеглих гранично ясним, а саме таким, що виключає різне його розуміння.

Виконання зазначених вимог до рішення, особливо стосовно його оптимальності й своєчасності прийняття, у сучасних умовах значно ускладнюється тим, що на відміну від минулого час на підготовку бойових дій різко скоротився, а обсяг заходів щодо управління збільшився. Цей недолік можна певною мірою компенсувати шляхом математичного моделювання рішення на майбутні бойові дії (бій) і перевірки його за допомогою ПЕОМ. Такий метод, як відомо, широко застосовується нині у процесі прийняття рішень і планування виробництва. Його запровадження є характерною рисою сучасної науки управління [1].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На сторінках журналу “Честь і закон”, а також в опублікованих доповідях та тезах наукових конференцій силових структур [7; 8; 9] чимало © В. В. Обрядін, В. В. Антоненко, В. В. Овчаренко

авторів продовжують висвітлювати математичні моделі та методики оцінювання взаємних втрат особового складу у бойових сутичках, що можуть виникати між військовослужбовцями внутрішніх військ та бойовиками незаконних збройних формувань (НЗФ) або диверсійно-розвідувальних груп (ДРГ).

Між тим, перелік факторів, які ураховують зазначені моделі та методики, не дозволяє офіцерам штабу, командирі, який приймає рішення щодо бойового застосування підрозділу, оцінити доцільність прийнятого рішення з приводу організації спостереження, створеної системи вогню, проведеного цілерозподілу з урахуванням вогневих можливостей різнотипно озброєних груп військовослужбовців, врешті, оцінити фактор несподіваності відкриття вогню, а також визначити найбільш сприятливий час виходу із бою або введення резервів.

У зв'язку з цим тема статті є актуальною, адже вона безпосередньо знайомить читача з математичною моделлю бою протидіючих сторін з урахуванням зазначених вище чинників.

**Мета статті** – створення математичної моделі вогневого бою протидіючих сторін для його поглибленого аналізу і наукової обґрунтованості впливу зазначених чинників під час прийняття командиром підрозділу рішення на бій.

**Виклад основного матеріалу.** Формалізуємо процес бою у вигляді математичної моделі бойових дій, в основу якої покладено відомий метод динаміки середніх, поширений унаслідок використання у диференціальних рівняннях суттєвих змінних (просторові, часові й імовірнісні характеристики бою сторін), притаманних

варіанту розвитку подій з урахуванням тактики дій загону НЗФ під час прориву смуги ізоляції. Модель передбачає втручання у процес бою чинників, які характеризують діяльність створеної системи розвідки та ступінь удосконалення системи управління боєм разом із матрицею цілерозподілу.

Розглянемо бій між підрозділом частини ВВ і підрозділом НЗФ з урахуванням початкової кількості особового складу протидіючих сторін і типів озброєння. Введемо такі змінні:

$N_{AB}$  – кількість особового складу підрозділу ВВ, що має на озброєнні автомати АК (далі – АК);

$N_{KB}$  – кількість особового складу підрозділу ВВ, що має на озброєнні кулемети РПК (далі – РПК);

$N_{CB}$  – кількість особового складу підрозділу ВВ, що має на озброєнні гвинтівки СВД (далі – СВД);

$N_{AH}$  – кількість особового складу підрозділу НЗФ, що має на озброєнні автомати АК;

$N_{KH}$  – кількість особового складу підрозділу НЗФ, що має на озброєнні кулемети РПК;

$N_{CH}$  – кількість особового складу підрозділу НЗФ, що має на озброєнні гвинтівки СВД;

$m_1$  – поточне значення середньої кількості нерозвіданого особового складу підрозділу ВВ (АК);

$m_2$  – поточне значення середньої кількості розвіданого особового складу підрозділу ВВ (АК);

$m_3$  – поточне значення середньої кількості особового складу підрозділу ВВ (АК), що перебуває під вогнем НЗФ;

$m_4$  – поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу ВВ (АК), який веде бій;

$m_5$  – виявлене противником поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу ВВ (АК), який веде бій;

$m_6$  – поточне значення середньої кількості нерозвіданого особового складу підрозділу ВВ (РПК);

$m_7$  – поточне значення середньої кількості розвіданого особового складу підрозділу ВВ (РПК);

$m_8$  – поточне значення середньої кількості особового складу підрозділу ВВ (РПК), що перебуває під вогнем НЗФ;

$m_9$  – поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу ВВ (РПК), який веде бій;

$m_{10}$  – виявлене противником поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу ВВ (РПК), який веде бій;

$m_{11}$  – поточне значення середньої кількості нерозвіданого особового складу підрозділу ВВ (СВД);

$m_{12}$  – поточне значення середньої кількості розвіданого особового складу підрозділу ВВ (СВД);

$m_{13}$  – поточне значення середньої кількості особового складу підрозділу ВВ (СВД), що перебуває під вогнем НЗФ;

$m_{14}$  – поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу ВВ (СВД), який веде бій;

$m_{15}$  – виявлене противником поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу ВВ (СВД), який веде бій;

$m_{16}$  – поточне значення середньої кількості нерозвіданого особового складу підрозділу НЗФ (АК);

$m_{17}$  – поточне значення середньої кількості розвіданого особового складу підрозділу НЗФ (АК);

$m_{18}$  – поточне значення середньої кількості особового складу підрозділу НЗФ (АК), що перебуває під вогнем ВВ;

$m_{19}$  – поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу НЗФ (АК), який веде бій;

$m_{20}$  – виявлене командуванням ВВ поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу НЗФ (АК), який веде бій;

$m_{21}$  – поточне значення середньої кількості нерозвіданого особового складу підрозділу НЗФ (РПК);

$m_{22}$  – поточне значення середньої кількості розвіданого особового складу підрозділу НЗФ (РПК);

$m_{23}$  – поточне значення середньої кількості особового складу підрозділу НЗФ (РПК), що перебуває під вогнем ВВ;

$m_{24}$  – поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу НЗФ (РПК), який веде бій;

$m_{25}$  – виявлене командуванням ВВ поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу НЗФ (РПК), який веде бій;

$m_{26}$  – поточне значення середньої кількості нерозвіданого особового складу підрозділу НЗФ (СВД);

$m_{27}$  – поточне значення середньої кількості розвіданого особового складу підрозділу НЗФ (СВД);

$m_{28}$  – поточне значення середньої кількості особового складу підрозділу НЗФ (СВД), що перебуває під вогнем ВВ;

$m_{29}$  – поточне значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу НЗФ (СВД), який веде бій;

$m_{30}$  – виявлене командуванням ВВ поточне

значення середньої кількості втрат особового складу підрозділу НЗФ (СВД), який веде бій.

Граф стану протидіючих груп, що мають на озброєнні однотипні зразки зброї, наведено на рис. 1. Цей граф розкладається на шість підграфів (відповідно до загальної кількості типів озброєння протидіючих груп: АВ – група військовослужбовців ВВ, що озброєна автоматами; КВ – група військовослужбовців ВВ, що озброєна кулеметами; СВ – група військовослужбовців ВВ, що озброєна снайперськими гвинтівками; АН – група бійців НЗФ, що озброєна автоматами; КН – група бійців НЗФ, що озброєна кулеметами; СН – група бійців НЗФ, що озброєна снайперськими гвинтівками). Кожен із підграфів, у свою

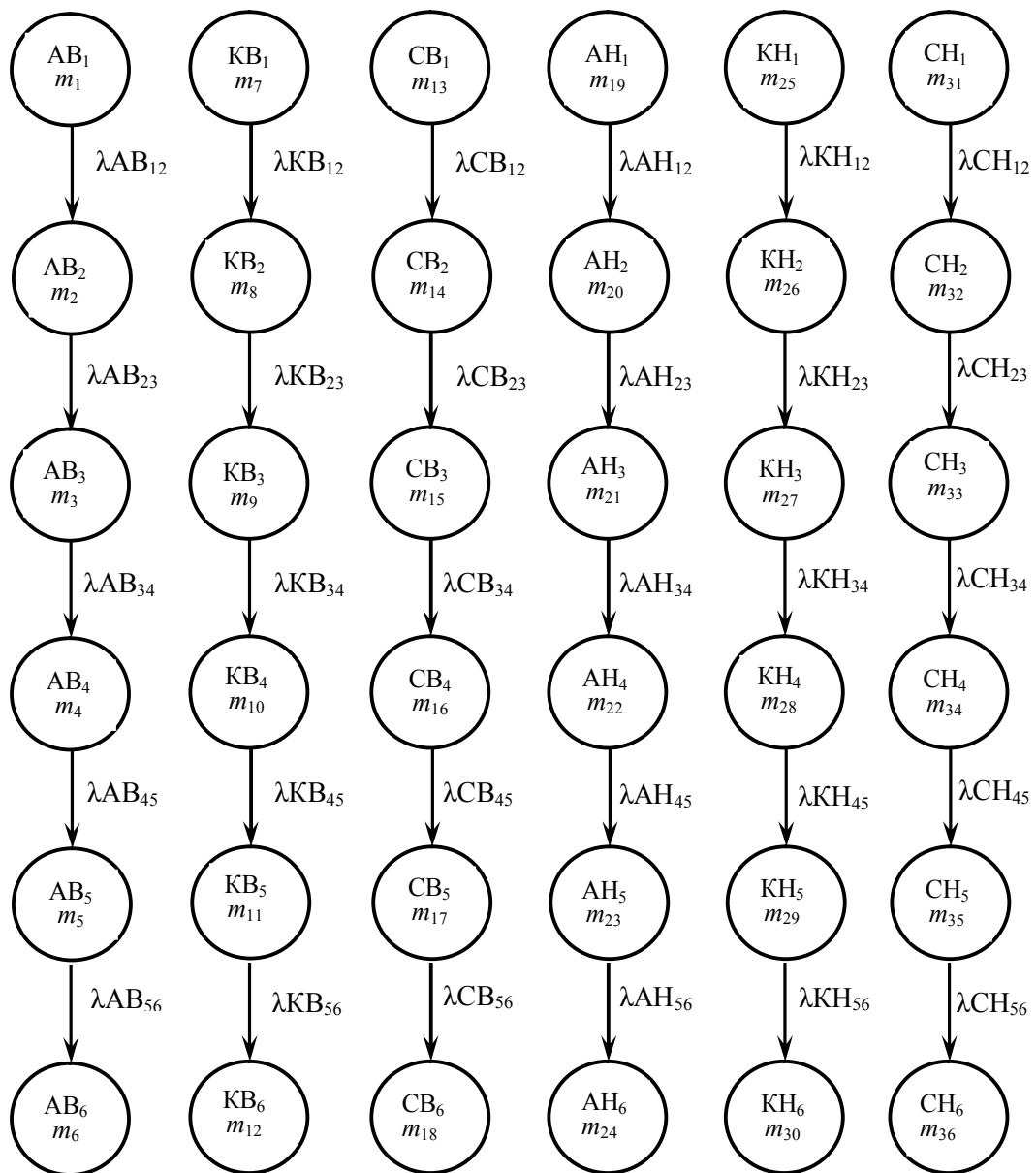


Рис. 1. Граф стану протидіючих груп, що мають на озброєнні однотипні зразки зброї

чергу, налічує шість вершин, які характеризують поточний стан протидіючих груп. Останні можуть перебувати у таких станах (на прикладі групи АВ): АВ<sub>1</sub> – група нерозвідана; АВ<sub>2</sub> – група розвідана, але ще не обстрілюється; АВ<sub>3</sub> – група обстрілюється, але ще не знищена; АВ<sub>4</sub> – група знищена, але обстріл не припинено; АВ<sub>5</sub> – група знищена, отримані дані про стан групи, обстріл не припинено; АВ<sub>6</sub> – група знищена, обстріл припинено.

Для визначення інтенсивності потоків подій ( $\lambda_{AB}$ ,  $\lambda_{KB}$ ,  $\lambda_{CB}$ ,  $\lambda_{AH}$ ,  $\lambda_{KH}$ ,  $\lambda_{CH}$ ), що переводять протидіючі групи з одного стану у наступний стан [зокрема, зі стану 3 у стан 4 ( $\lambda_{AB_{3,4}}$ ,  $\lambda_{KB_{3,4}}$ ,  $\lambda_{CB_{3,4}}$ ,  $\lambda_{AH_{3,4}}$ ,  $\lambda_{KH_{3,4}}$ ,  $\lambda_{CH_{3,4}}$ )], потрібно вибрати правило розподілу вогню (провести цілерозподіл) сторін між протидіючими групами. Згідно з правилом передбачено у кожний момент часу  $t$  вогневі засоби кожної групи спрямовувати на обстріл вогневих засобів протидіючої групи противника таким чином, щоб загальна сума елементів у рядку (стовпці) дорівнювала одиниці. Тобто має місце вид квадратних матриць  $B = \|b_{i,j}\|$  і  $H = \|h_{i,j}\|$  цілерозподілу порядку  $n = 3$ , де  $b_{i,j}$  – елемент матриці цілерозподілу підрозділу ВВ;  $h_{i,j}$  – елемент матриці цілерозподілу підрозділу НЗФ. Введено змінні:  $i = 1 \dots 3$ , тип зброї групи бійців ВВ (АВ = 1; КВ = 2; СВ = 3), рядок матриці;  $j = 1 \dots 3$ , тип зброї групи бійців НЗФ (АН = 1; КН = 2; СН = 3), стовпець матриці. Сума елементів кожного рядка матриці цілерозподілу  $B$  дорівнює одиниці. Сума елементів кожного стовпця матриці цілерозподілу  $H$  також дорівнює одиниці.

Крім матриць цілерозподілу вогню введемо характеристики ефективної швидкострільності зброї. Для підрозділу ВВ це є добуток бойової швидкострільності  $i$ -го типу зброї на ймовірність влучення в  $j$ -й тип цілі; для підрозділу НЗФ – навпаки, добуток бойової швидкострільності  $j$ -го типу зброї на ймовірність влучення в  $i$ -й тип цілі.

Бойова швидкострільність зброї груп є однаковою для обох протидіючих сторін і наведена у матрицях – стовпцях (1):

$$\begin{pmatrix} \|AB\| \\ \|KB\| \\ \|CB\| \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \|AH\| \\ \|KH\| \\ \|CH\| \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де АВ, КВ, СВ – бойова швидкострільність (АВ – автомата; КВ – кулемета; СВ – снайперської гвинтівки бійців підрозділу ВВ); АН, КН, СН – бойові швидкострільності аналогічних типів озброєння бійців підрозділу НЗФ.

Значення ймовірностей влучення ( $p_v$ ) у ціль військовослужбовцями підрозділу ВВ залежать від рівня їх підготовки, умов стрільби, ТТХ зброї й обчислюються за допомогою таких виразів ( $p_n$  – ймовірність влучення у ціль бійцями НЗФ, що обчислюється аналогічно) [5]:

$$p_v = \frac{\rho^2}{\pi \cdot E_x \cdot E_y} \cdot \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\rho^2 \cdot \left\{ \frac{(x-m_x)^2}{E_x^2} + \frac{(y-m_y)^2}{E_y^2} \right\}} \cdot d_x \cdot d_y, \quad (2)$$

або

$$p_v = \frac{1}{4} \cdot \left[ F\left(\frac{x_2-m_x}{E_x}\right) - F\left(\frac{x_1-m_x}{E_x}\right) \right] \cdot \left[ F\left(\frac{y_2-m_y}{E_y}\right) - F\left(\frac{y_1-m_y}{E_y}\right) \right], \quad (3)$$

де  $F(x) = \frac{2 \cdot \rho}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^x e^{-\rho^2 \cdot t^2} dt$  – таблична функція

Лапласа;  $\rho$  – артилерійська постійна;  $m_x$ ,  $m_y$  – характерні для зразків озброєння величини зміщення центра розсіювання боєприпасів стрілецької зброї від центра цілі;  $E_x$ ,  $E_y$  – характерні для зразків озброєння значення серединних відхилень розсіювання куль стрілецької зброї у площині стрільби ХОУ;  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$ ,  $y_2$  – значення прямокутних координат цілей (розміри цілей) відповідно до напрямків осей розсіювання ОХ, ОУ боєприпасів стрілецької зброї.

З урахуванням тактико-технічних характеристик зразків озброєння й умов стрільби бійців протидіючих груп значення ймовірностей влучення сторін відповідно до виразів (2) і (3) також можна надати у вигляді квадратних матриць  $PB = \|p_{v_{i,j}}\|$  і  $PH = \|p_{n_{i,j}}\|$  ефективності вогню сторін порядку  $n = 3$ .

Тоді значення ефективної швидкострільності зброї груп протидіючих сторін

дорівнюватимуть добутку бойової швидкострільності зброї на значення ймовірностей влучення сторін:

– значення ефективної швидкострільності зброї групи особового складу підрозділу ВВ, який веде вогонь з АК:

$$\lambda_{PB_{1,j}} = AB \cdot PB_{1,j} \quad (4)$$

– значення ефективної швидкострільності зброї групи особового складу підрозділу ВВ, який веде вогонь з РПК:

$$\lambda_{PB_{2,j}} = KB \cdot PB_{2,j}; \quad (5)$$

– значення ефективної швидкострільності зброї групи особового складу підрозділу ВВ, який веде вогонь з СВД:

$$\lambda_{PB_{3,j}} = CB \cdot PB_{3,j}; \quad (6)$$

– значення ефективної швидкострільності зброї групи бійців підрозділу НЗФ, який веде вогонь з АК:

$$\lambda_{PH_{i,1}} = AN \cdot PB_{i,1}; \quad (7)$$

– значення ефективної швидкострільності зброї групи бійців підрозділу НЗФ, який веде вогонь з РПК:

$$\lambda_{PH_{i,2}} = KN \cdot PB_{i,2}; \quad (8)$$

– значення ефективної швидкострільності зброї групи бійців підрозділу НЗФ, який веде вогонь з СВД:

$$\lambda_{PH_{i,3}} = CN \cdot PB_{i,3}. \quad (9)$$

Зрештою утворюються квадратні матриці ефективної швидкострільності зброї протидіючих сторін:  $\|\lambda_{PB}\|$  – матриця ефективної швидкострільності зброї підрозділу ВВ;  $\|\lambda_{PH}\|$  – матриця ефективної швидкострільності зброї груп бійців підрозділу НЗФ.

Розглянемо порядок визначення інтенсивностей потоків подій, що переводять групи протидіючих сторін зі стану 1 у стан 2, тобто відбувається процес виявлення груп сторін. На рис. 1 це потоки  $\lambda_{AB_{12}}$ ,  $\lambda_{KB_{12}}$ ,  $\lambda_{CB_{12}}$ ,  $\lambda_{AN_{12}}$ ,  $\lambda_{KN_{12}}$ ,  $\lambda_{CN_{12}}$ .

Виявлення груп противника здійснюється бійцями протидіючих сторін відповідно до визначених матриць цілерозподілу В і Н. Інтенсивність потоку успішних розвідок  $\lambda_{AB_{12}}$ , що переводить групу військовослужбовців підрозділу ВВ, які озброєні АК, зі стану  $AB_1$  у стан  $AB_2$ , залежить від того, скільки бійців групи противника ведуть спостереження і залишаються у складі

підрозділу протягом бою. Це означає, що має місце залежність зазначених вище інтенсивностей від середніх чисельностей станів активних протидіючих груп бійців з урахуванням матриць цілерозподілу В і Н. До цих станів належать такі, які знаходяться у перших трьох вершинах кожного із шести підграфів загального графа на рис. 1.

Якщо вважати, що інтенсивність  $\lambda_{n_{i,j}}$  отримання розвідувальних даних однієї, наприклад,  $i$ -ї групи підрозділу ВВ про  $j$ -ту групу бійців підрозділу НЗФ, є величина, зворотня часу  $T_{n_{i,j}}$  одержання розвідувальних даних  $i$ -ї групи підрозділу ВВ про  $j$ -ту групу бійців підрозділу НЗФ, то мають місце такі квадратні порядку  $n = 3$  матриці інтенсивностей та часу виявлення протидіючих сторін:

$$\|\lambda_{n_{i,j}}\|, \|T_{n_{i,j}}\| \quad \text{– для підрозділу ВВ;}$$

$$\|\lambda_{v_{i,j}}\|, \|T_{v_{i,j}}\| \quad \text{– для підрозділу НЗФ.}$$

З урахуванням наведених даних і зауваження стосовно середніх чисельностей станів [2] протидіючих груп, інтенсивності потоків подій, що переводять групи сторін зі стану 1 у стан 2, можуть бути обчислені за допомогою таких виразів:

$$\lambda_{AB_{12}} = \left\{ \begin{aligned} & [(m_6 + m_7 + m_8) \cdot H_{1,1} \cdot \lambda_{B_{1,1}}] + \\ & [(m_{21} + m_{22} + m_{23}) \cdot H_{1,2} \cdot \lambda_{B_{2,1}}] + \\ & [(m_{26} + m_{27} + m_{28}) \cdot H_{1,3} \cdot \lambda_{B_{3,1}}] \end{aligned} \right\} \cdot \rho(m_1) \quad (10)$$

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{AB_{12}}$ ), що переводить групу АВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $AB_1$  у стан  $AB_2$ ;

$$\lambda_{KB_{12}} = \left\{ \begin{aligned} & [(m_6 + m_7 + m_8) \cdot H_{2,1} \cdot \lambda_{B_{1,2}}] + \\ & [(m_{21} + m_{22} + m_{23}) \cdot H_{2,2} \cdot \lambda_{B_{2,2}}] + \\ & [(m_{26} + m_{27} + m_{28}) \cdot H_{2,3} \cdot \lambda_{B_{3,2}}] \end{aligned} \right\} \cdot \rho(m_6) \quad (11)$$

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{KB_{12}}$ ), що переводить групу KB військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $KB_1$  у стан  $KB_2$ ;

$$\lambda_{CB_{12}} = \left\{ \begin{aligned} & [(m_6 + m_7 + m_8) \cdot H_{3,1} \cdot \lambda_{B_{1,3}}] + \\ & [(m_{21} + m_{22} + m_{23}) \cdot H_{3,2} \cdot \lambda_{B_{2,3}}] + \\ & [(m_{26} + m_{27} + m_{28}) \cdot H_{3,3} \cdot \lambda_{B_{3,3}}] \end{aligned} \right\} \cdot \rho(m_{11}) \quad (12)$$

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{CB_{12}}$ ), що переводить групу СВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $CB_1$  у стан  $CB_2$ ;

$$\lambda_{AH_{1,2}} = \left\{ \begin{aligned} & \left[ (m_1 + m_2 + m_3) \cdot B_{1,1} \cdot \lambda_{H_{1,1}} \right] + \\ & \left[ (m_6 + m_7 + m_8) \cdot B_{2,1} \cdot \lambda_{H_{2,1}} \right] + \\ & \left[ (m_{11} + m_{12} + m_{13}) \cdot B_{3,1} \cdot \lambda_{H_{3,1}} \right] \end{aligned} \right\} \cdot \rho(m_{16}) \quad (13)$$

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{AH_{12}}$ ), що переводить групу АН бійців підрозділу НЗФ зі стану АН<sub>1</sub> у стан АН<sub>2</sub>;

$$\lambda_{KH_{1,2}} = \left\{ \begin{aligned} & \left[ (m_1 + m_2 + m_3) \cdot B_{1,2} \cdot \lambda_{H_{1,2}} \right] + \\ & \left[ (m_6 + m_7 + m_8) \cdot B_{2,2} \cdot \lambda_{H_{2,2}} \right] + \\ & \left[ (m_{11} + m_{12} + m_{13}) \cdot B_{3,2} \cdot \lambda_{H_{3,2}} \right] \end{aligned} \right\} \cdot \rho(m_{21}) \quad (14)$$

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{KH_{12}}$ ), що переводить групу КН бійців підрозділу НЗФ зі стану КН<sub>1</sub> у стан КН<sub>2</sub>;

$$\lambda_{CH_{1,2}} = \left\{ \begin{aligned} & \left[ (m_1 + m_2 + m_3) \cdot B_{1,3} \cdot \lambda_{H_{1,3}} \right] + \\ & \left[ (m_6 + m_7 + m_8) \cdot B_{2,3} \cdot \lambda_{H_{2,3}} \right] + \\ & \left[ (m_{11} + m_{12} + m_{13}) \cdot B_{3,3} \cdot \lambda_{H_{3,3}} \right] \end{aligned} \right\} \cdot \rho(m_{26}) \quad (15)$$

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{CH_{12}}$ ), що переводить групу СН бійців підрозділу НЗФ зі стану СН<sub>1</sub> у стан СН<sub>2</sub>. У наведених виразах  $\rho(m_i)$  – функція квазірегулярності, яка враховує той факт, що щільність потоків подій, які переводять процес з одного стану в інший, залежить не від самої чисельності ( $m$ ) стану, а від їх середньої кількості (математичного сподівання) [3].

Аналогічний підхід може бути застосований до визначення інтенсивності потоків подій, що переводять групи сторін зі стану 3 у стан 4. Відмінність полягає, насамперед, у тому, що функція квазірегулярності враховує значення середньої кількості сторін не перших станів, а трьох останніх, тобто тих, у яких сторони (групи) зазнали втрат особового складу. По-друге, разом із матрицею цілерозподілу у виразах ураховуються значення елементів матриць ефективної швидкострільності зброї протидіючих груп. З урахуванням зазначеного інтенсивності потоків подій, яка переводять групи сторін зі стану 3 у стан 4, можуть бути обчислені за допомогою таких виразів:

$$\lambda_{AB_{3,4}} = \left\{ \begin{aligned} & \left[ (m_{16} + m_{17} + m_{18}) \cdot H_{1,1} \cdot \lambda_{PH_{1,1}} \right] + \\ & \left[ (m_{21} + m_{22} + m_{23}) \cdot H_{1,2} \cdot \lambda_{PH_{2,1}} \right] + \\ & \left[ (m_{26} + m_{27} + m_{28}) \cdot H_{1,3} \cdot \lambda_{PH_{3,1}} \right] \end{aligned} \right\} \times \\ \times \rho(m_3 + m_4 + m_5) \quad (16)$$

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{AB_{34}}$ ), яка переводить групу АВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану АВ<sub>3</sub> у стан АВ<sub>4</sub>;

$$\lambda_{KB_{3,4}} = \left\{ \begin{aligned} & \left[ (m_{16} + m_{17} + m_{18}) \cdot H_{2,1} \cdot \lambda_{PH_{1,2}} \right] + \\ & \left[ (m_{21} + m_{22} + m_{23}) \cdot H_{2,2} \cdot \lambda_{PH_{2,2}} \right] + \\ & \left[ (m_{26} + m_{27} + m_{28}) \cdot H_{2,3} \cdot \lambda_{PH_{3,2}} \right] \end{aligned} \right\} \times \quad (17)$$

$\times \rho(m_8 + m_9 + m_{10})$  –

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{KB_{34}}$ ), яка переводить групу КВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану КВ<sub>3</sub> у стан КВ<sub>4</sub>;

$$\lambda_{CB_{3,4}} = \left\{ \begin{aligned} & \left[ (m_{16} + m_{17} + m_{18}) \cdot H_{3,1} \cdot \lambda_{PH_{1,3}} \right] + \\ & \left[ (m_{21} + m_{22} + m_{23}) \cdot H_{3,2} \cdot \lambda_{PH_{2,3}} \right] + \\ & \left[ (m_{26} + m_{27} + m_{28}) \cdot H_{3,3} \cdot \lambda_{PH_{3,3}} \right] \end{aligned} \right\} \times \quad (18)$$

$\times \rho(m_{13} + m_{14} + m_{15})$  –

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{CB_{34}}$ ), яка переводить групу СВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану СВ<sub>3</sub> у стан СВ<sub>4</sub>;

$$\lambda_{AH_{3,4}} = \left\{ \begin{aligned} & \left[ (m_1 + m_2 + m_3) \cdot B_{1,1} \cdot \lambda_{PB_{1,1}} \right] + \\ & \left[ (m_6 + m_7 + m_8) \cdot B_{2,1} \cdot \lambda_{PB_{2,1}} \right] + \\ & \left[ (m_{11} + m_{12} + m_{13}) \cdot B_{3,1} \cdot \lambda_{PB_{3,1}} \right] \end{aligned} \right\} \times \quad (19)$$

$\times \rho(m_{18} + m_{19} + m_{20})$  –

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{AH_{34}}$ ), яка переводить групу АН бійців підрозділу НЗФ зі стану АН<sub>3</sub> у стан АН<sub>4</sub>;

$$\lambda_{KH_{3,4}} = \left\{ \begin{aligned} & \left[ (m_1 + m_2 + m_3) \cdot B_{1,2} \cdot \lambda_{PB_{1,2}} \right] + \\ & \left[ (m_6 + m_7 + m_8) \cdot B_{2,2} \cdot \lambda_{PB_{2,2}} \right] + \\ & \left[ (m_{11} + m_{12} + m_{13}) \cdot B_{3,2} \cdot \lambda_{PB_{3,2}} \right] \end{aligned} \right\} \times \quad (20)$$

$\times \rho(m_{23} + m_{24} + m_{25})$  –

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{KH_{34}}$ ), яка переводить групу КН бійців підрозділу НЗФ зі стану КН<sub>3</sub> у стан КН<sub>4</sub>;

$$\lambda_{CH_{3,4}} = \left\{ \begin{aligned} & \left[ (m_1 + m_2 + m_3) \cdot B_{1,3} \cdot \lambda_{PB_{1,3}} \right] + \\ & \left[ (m_6 + m_7 + m_8) \cdot B_{2,3} \cdot \lambda_{PB_{2,3}} \right] + \\ & \left[ (m_{11} + m_{12} + m_{13}) \cdot B_{3,3} \cdot \lambda_{PB_{3,3}} \right] \end{aligned} \right\} \times \quad (21)$$

$\times \rho(m_{28} + m_{29} + m_{30})$  –

– інтенсивність потоків подій ( $\lambda_{CH_{34}}$ ), яка переводить групу СН бійців підрозділу НЗФ зі стану СН<sub>3</sub> у стан СН<sub>4</sub>.

Значення інших показників інтенсивностей потоків подій графа стану протидіючих груп бійців, поданого на рис. 1, можна вважати такими, що не залежать від середніх чисельностей станів. Тобто значення решти показників інтенсивностей  $\lambda$  потоків подій

графа є величинами, зворотними часу ( $T$  – математичне сподівання часу, що витрачається на утримання етапу бою у даному стані), який притаманний конкретному процесу бою. У такому разі можна стверджувати:

$\lambda_{AB_{23}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу АВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $AB_2$  у стан  $AB_3$ ;

$\lambda_{KB_{23}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу KB військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $KB_2$  у стан  $KB_3$ ;

$\lambda_{CB_{23}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу СВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $CB_2$  у стан  $CB_3$ ;

$\lambda_{AH_{23}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу АН бійців підрозділу НЗФ зі стану  $AH_2$  у стан  $AH_3$ ;

$\lambda_{KH_{23}}$  – значення інтенсивності потоків подій ( $\lambda_{KH_{23}}$ ), яке переводить групу КН бійців підрозділу НЗФ зі стану  $KH_2$  у стан  $KH_3$ ;

$\lambda_{CH_{23}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу СН бійців підрозділу НЗФ зі стану  $CH_2$  у стан  $CH_3$ ;

$\lambda_{AV_{45}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу АВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $AV_4$  у стан  $AV_5$ ;

$\lambda_{KB_{45}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу KB військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $KB_4$  у стан  $KB_5$ ;

$\lambda_{CV_{45}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу СВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $CV_4$  у стан  $CV_5$ ;

$\lambda_{AH_{45}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу АН бійців підрозділу НЗФ зі стану  $AH_4$  у стан  $AH_5$ ;

$\lambda_{KH_{45}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу КН бійців підрозділу НЗФ зі стану  $KH_4$  у стан  $KH_5$ ;

$\lambda_{CH_{45}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу СН бійців підрозділу НЗФ зі стану  $CH_4$  у стан  $CH_5$ ;

$\lambda_{AV_{56}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу АВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $AV_5$  у стан  $AV_6$ ;

$\lambda_{KB_{56}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу KB військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $KB_5$  у стан  $KB_6$ ;

$\lambda_{CV_{56}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу СВ військовослужбовців підрозділу ВВ зі стану  $CV_5$  у стан  $CV_6$ ;

$\lambda_{AH_{56}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу АН бійців підрозділу НЗФ зі стану  $AH_5$  у стан  $AH_6$ ;

$\lambda_{KH_{56}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу КН бійців підрозділу НЗФ зі стану  $KH_5$  у стан  $KH_6$ ;

$\lambda_{CH_{56}}$  – значення інтенсивності потоків подій, яке переводить групу СН бійців підрозділу НЗФ зі стану  $CH_5$  у стан  $CH_6$ .

Тепер, коли значення всіх інтенсивностей потоків подій ( $\lambda_{AB}$ ,  $\lambda_{KB}$ ,  $\lambda_{CB}$ ,  $\lambda_{AH}$ ,  $\lambda_{KH}$ ,

$\lambda_{CH}$ ), що переводять протидіючі групи з одного стану у наступний стан, визначені за допомогою графа на рис. 1, складають рівняння Колмогорова для ймовірностей станів груп підрозділів [4].

$$D_0(t, m) := \begin{bmatrix} -\lambda_{AB12}(t) \cdot m_1 \\ -\lambda_{AB23} \cdot m_2 + \lambda_{AB12}(t) \cdot m_1 \\ -(\lambda_{AB34}) \cdot m_3 + \lambda_{AB23} \cdot m_2 \\ -\lambda_{AB45} \cdot m_4 + (\lambda_{AB34}) \cdot m_3 \\ -\lambda_{AB56} \cdot m_5 + \lambda_{AB45} \cdot m_4 \\ -\lambda_{KB12}(t) \cdot m_6 \\ -\lambda_{KB23} \cdot m_7 + \lambda_{KB12}(t) \cdot m_6 \\ -(\lambda_{KB34}) \cdot m_8 + \lambda_{KB23} \cdot m_7 \\ -\lambda_{KB45} \cdot m_9 + (\lambda_{KB34}) \cdot m_8 \\ -\lambda_{KB56} \cdot m_{10} + \lambda_{KB45} \cdot m_9 \\ -\lambda_{CB12}(t) \cdot m_{11} \\ -\lambda_{CB23} \cdot m_{12} + \lambda_{CB12}(t) \cdot m_{11} \\ -(\lambda_{CB34}) \cdot m_{13} + \lambda_{CB23} \cdot m_{12} \\ -\lambda_{CB45} \cdot m_{14} + (\lambda_{CB34}) \cdot m_{13} \\ -\lambda_{CB56} \cdot m_{15} + \lambda_{CB45} \cdot m_{14} \\ -\lambda_{AH12} \cdot m_{16} \\ -\lambda_{AH23} \cdot m_{17} + \lambda_{AH12} \cdot m_{16} \\ -(\lambda_{AH34}) \cdot m_{18} + \lambda_{AH23} \cdot m_{17} \\ -\lambda_{AH45} \cdot m_{19} + (\lambda_{AH34}) \cdot m_{18} \\ -\lambda_{AH56} \cdot m_{20} + \lambda_{AH45} \cdot m_{19} \\ -\lambda_{KH12} \cdot m_{21} \\ -\lambda_{KH23} \cdot m_{22} + \lambda_{KH12} \cdot m_{21} \\ -(\lambda_{KH34}) \cdot m_{23} + \lambda_{KH23} \cdot m_{22} \\ -\lambda_{KH45} \cdot m_{24} + (\lambda_{KH34}) \cdot m_{23} \\ -\lambda_{KH56} \cdot m_{25} + \lambda_{KH45} \cdot m_{24} \\ -\lambda_{CH12} \cdot m_{26} \\ -\lambda_{CH23} \cdot m_{27} + \lambda_{CH12} \cdot m_{26} \\ -(\lambda_{CH34}) \cdot m_{28} + \lambda_{CH23} \cdot m_{27} \\ -\lambda_{CH45} \cdot m_{29} + (\lambda_{CH34}) \cdot m_{28} \\ -\lambda_{CH56} \cdot m_{30} + \lambda_{CH45} \cdot m_{29} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Вираз (22) є система диференційних рівнянь Колмогорова, яка розв'язується за допомогою вбудованої функції *rkfixed* програмного математичного пакета Mathcad 2000 [6].

Функція  $Z0 = rkfixed(m, 0, 1, 100, D0)$  видає таблицю результатів розв'язування системи звичайних диференційних рівнянь методом Рунге–Кутта четвертого порядку з фіксованим кроком інтегрування. Результати розв'язування системи диференційних рівнянь для визначених початкових даних у графічному вигляді наведені на рис. 2, на якому  $Z0_{t,2}$ ,  $Z0_{t,7}$ ,  $Z0_{t,12}$ , – суцільною лінією позначені залишкові чисельності особового складу різнотипно озброєних груп однієї сторони протягом часу  $t$  ( $t = 0 \dots 100$ ) бою;  $Z0_{t,17}$ ,  $Z1_{t,22}$ ,  $Z2_{t,27}$ , – пунктирною лінією позначені залишкові чисельності особового складу різнотипно озброєних груп іншої сторони протягом часу  $t$ .

З метою дослідження фактора несподіваності відкриття вогню протилежною стороною порядок визначення інтенсивностей потоків подій, що переводять групи протидіючих сторін зі стану 1 у стан 2 (наприклад  $\lambda_{AB_{1,2}}$ ), може бути наданий

у вигляді функції від часу  $t$  ( $t > 5$  хв) затримки вогню такого вигляду:

$$\lambda_{AB}(t)_{1,2} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } t \leq 5 \\ \lambda_{AB_{1,2}} & \text{в іншому випадку} \end{cases} \quad (23)$$

Аналогічно визначимо такі інтенсивності потоків подій:

$$\lambda_{KB}(t)_{1,2} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } t \leq 5 \\ \lambda_{KB_{1,2}} & \text{в іншому випадку} \end{cases} ; \quad (24)$$

$$\lambda_{CB}(t)_{1,2} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } t \leq 5 \\ \lambda_{CB_{1,2}} & \text{в іншому випадку} \end{cases} \quad (25)$$

Після підстановки виразів (23), (24), (25) до системи диференційних рівнянь (22) і розв'язування останньої отримаємо результат бою сторін (див. рис. 3).

На рис. 3  $Z0_{t,2}$ ,  $Z0_{t,7}$ ,  $Z0_{t,12}$ , – суцільною лінією позначені залишкові чисельності особового складу різнотипно озброєних груп однієї сторони протягом часу  $t$  ( $t = 0 \dots 100$ ) бою;  $Z0_{t,17}$ ,  $Z1_{t,22}$ ,  $Z2_{t,27}$  – пунктирною лінією позначені залишкові чисельності особового складу різнотипно озброєних груп іншої сторони протягом часу  $t$  з урахуванням 5-хвилинної затримки з відкриттям прицільного зворотного вогню.

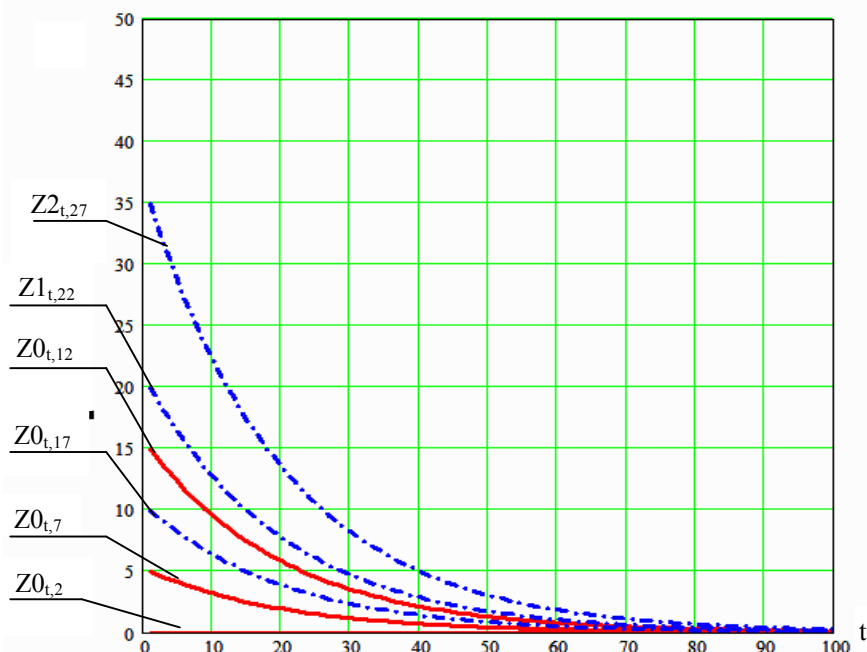


Рис. 2. Графічний вигляд розв'язку системи диференційних рівнянь з урахуванням типів зразків озброєння груп протидіючих сторін



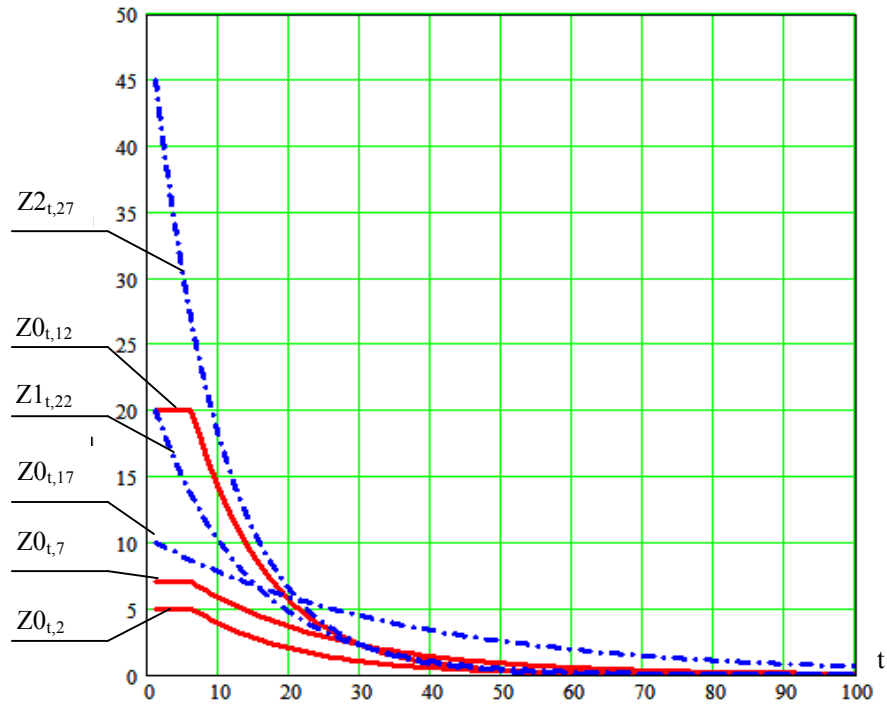


Рис. 3. Графічний вигляд розв'язку системи диференціальних рівнянь бою з урахуванням 5-хвилинної затримки зворотного вогню

Оцінювання часу  $t$  введення у бій резерву величини  $\delta$  ( $10 < t < 15$  – резерви вводяться у бій протягом 5 хв на 10-й хвилині з початку бою) може бути проведено за допомогою виразу

$$\delta(t) = \begin{cases} 5, & \text{якщо } 10 < t < 15 \\ 0 & \text{в іншому випадку.} \end{cases} \quad (26)$$

Після його підстановки у систему диференціальних рівнянь (22) і розв'язування останньої отримаємо результат бою сторін, який подано на рис. 4. На цьому рисунку  $Z_{0t,2}$ ,  $Z_{0t,7}$ ,  $Z_{0t,12}$ , – суцільною лінією позначені залишкові чисельності особового складу різнотипно озброєних груп однієї сторони протягом часу  $t$  ( $t = 0 \dots 100$ ) бою;  $Z_{0t,17}$ ,  $Z_{1t,22}$ ,  $Z_{2t,27}$ , – пунктирною

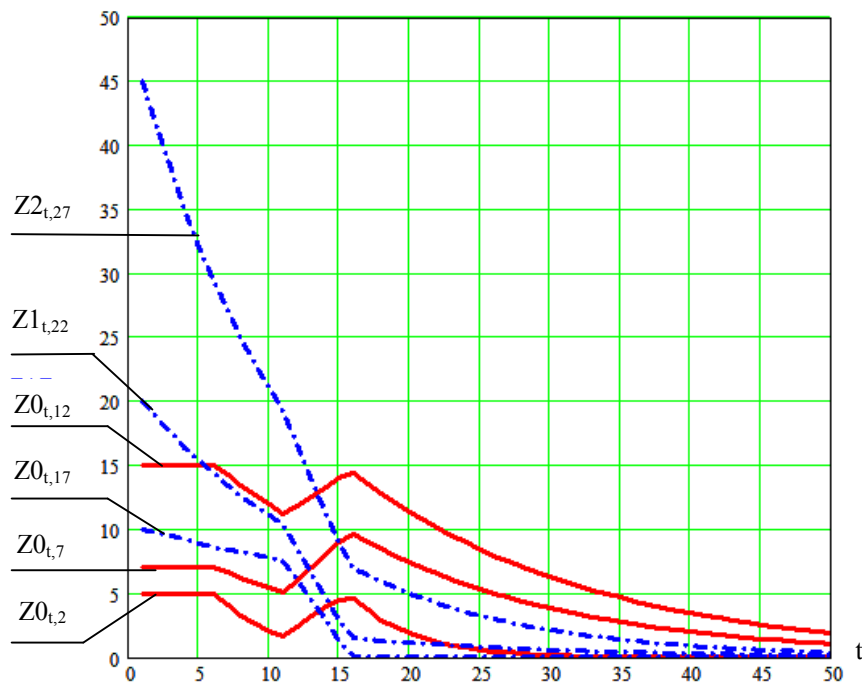


Рис. 4. Графічний вигляд розв'язку системи диференціальних рівнянь стану сторін з урахуванням введення резервів на 10-й хвилині з початку бою

лінійю позначені залишкові чисельності особового складу різнотипно озброєних груп іншої сторони протягом часу  $t$ .

#### **Висновки**

Запропонована математична модель оцінювання взаємних втрат різнотипно озброєних підрозділів протидіючих сторін у бою забезпечує проведення аналізу втручання у процес бою чинників, які характеризують діяльність створеної системи розвідки, ступінь удосконалення системи управління вогнем, вплив фактора несподіваності у відкритті вогню та визначення часу введення резервів.

#### **Список використаних джерел**

1. Булойчик, В. М. Системный подход к формализации процессов боевых действий в операциях при создании моделирующих комплексов [Текст] / В. М. Булойчик, В. К. Синявский // Наука и военная безопасность МО Республики Беларусь. – 2008. – № 4 (20). – С. 40–45.
2. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей [Текст] / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1969. – 576 с.
3. Вентцель, Е. С. Исследование операций [Текст] / Е. С. Вентцель. – М. : Сов. радио, 1972. – 552 с.
4. Вентцель, Е. С. Теория случайных процессов и её инженерные приложения [Текст] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Высш. шк., 2007. – 479 с.
5. Фендриков, Н. М. Методы расчетов боевой эффективности вооружения [Текст] / Н. М. Фендриков, В. И. Яковлев. – М. : Воениздат, 1971. – 224 с.

6. Кудрявцев, Е. М. MATHCAD 2000. Символьное и численное решение разнообразных задач [Текст] / Е. М. Кудрявцев. – М. : ДМК Пресс, 2001. – 576 с.

7. Городнов, В. П. Прогнозування динаміки показників процесу вогневих контактів для оцінювання підготовленості військовослужбовців підрозділів спеціального призначення до виконання бойового завдання по знешкодженню озброєних злочинців [Текст] / В. П. Городнов, С. М. Свистович, В. В. Овчаренко // Честь і закон. – 2010. – № 2. – С. 40–44.

8. Овчаренко, В. В. Методика оцінювання існуючого рівня підготовленості військовослужбовців підрозділу спеціального призначення внутрішніх військ до виконання бойових завдань по знешкодженню озброєних злочинців [Текст] / В. В. Овчаренко // Честь і закон. – 2011. – № 2. – С. 45–51.

9. Оцінка можливих втрат особового складу підрозділів внутрішніх військ під час виконання службово-бойових завдань [Текст] / В. В. Обрядін, В. І. Тробюк, Р. Л. Решетило, П. В. Пістряк // Честь і закон. – 2008. – № 2. – С. 7–10.

*Стаття надійшла до редакції 21.12.2012 р.*

**Рецензент** – доктор військових наук, професор Г. А. Дробаха, Академія внутрішніх військ МВС України, Харків, Україна