

О. М. Крюков, О. О. Мігура

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ТЕХНОЛОГІЧНОЇ ПОХИБКИ ЗАСОБУ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КАНАЛІВ СТВОЛІВ ВОГНЕПАЛЬНОЇ ЗБРОЇ

*Визначено параметри оптичної схеми лазерного триангуляційного датчика, відхилення яких від їхніх номінальних (розрахункових) значень чинитиме вплив на функцію перетворення. Показано, що наявність технологічної похибки під час оброблення вимірювальної інформації сприйматиметься як позірне змінювання вимірюваної величини за незмінного вхідного сигналу.*

*Отримано математичні моделі складових технологічної похибки, які подано у вигляді границь складових похибки за входом засобу вимірювання. Обґрунтовано вирази для визначення довірчих границь сумарної технологічних похибок з урахуванням кореляції між її складовими.*

*Проведено кількісне оцінювання технологічної похибки для характерних сполучень параметрів зброї. Результати кількісного оцінювання подано у вигляді графіків залежностей границь відносної та абсолютної технологічної похибки від приросту радіуса каналу ствола у діапазоні вимірювань.*

**Ключові слова:** математична модель, канал ствола, технічний стан, метод діагностування, лазерний триангуляційний датчик, геометрична характеристика, технологічна похибка, засіб вимірювання, технічне діагностування, складова похибки.

**Постановка проблеми.** Як свідчить досвід застосування вогнепальної зброї, технічний стан каналу ствола (КС) є значущим фактором, який впливає на ефективність виконання вогневого завдання. Технічний стан КС, як і будь-якого об'єкта діагностування, визначається на основі аналізу результатів вимірювання його характеристик. Прийнятна достовірність висновків щодо технічного стану КС може бути досягнута в разі, якщо похибка вимірювання його геометричних характеристик забезпечуватиметься на рівні, що є близьким до того, який відповідає виробничим можливостям підприємств із виготовлення вогнепальної зброї.

Традиційним засобом технічного діагностування КС притаманні недостатні інформативність та оперативність, а інколи й точність, що обмежує можливості реалізації якісного контролю технічного стану вогнепальної зброї у польових умовах [1, 2, 3].

З огляду на зазначені обмеження у застосуванні відомих засобів технічного діагностування КС певні перспективи відкриває створення засобу вимірювання (ЗВ), побудованого на основі лазерного триангуляційного датчика (ЛТД). Принцип вимірювання полягає у спрямуванні зондувального променя на досліджувану поверхню та прийманні відбитого випромінювання, параметри якого несуть інформацію про відхилення точки поверхні КС від її номінального положення.

Утім, незважаючи на достатній ступінь вивченості триангуляційного методу визначення відстаней, актуальним залишається комплекс завдань, спрямованих на дослідження потенційно досяжної точності вимірювання геометричних характеристик КС. Це дасть змогу визначити можливості або межі застосування ЗВ на основі ЛТД для отримання діагностичної інформації.

У загальному випадку повна похибка ЗВ на основі ЛТД створюється низкою складових, оцінку кожної з яких можна знайти шляхом математичного моделювання з наступним кількісним оцінюванням для характерних сполучень параметрів приладу. Метод об'єднання таких складових похибки визначатиметься природою і взаємозв'язком їх джерел.

До одного з основних чинників, що приводить до появи відповідної складової похибки, можна віднести технологічний фактор, а саме відхилення параметрів оптичної схеми ЛТД від їхніх номінальних значень через недосконалість технології процесів виготовлення, збирання та юстирування ЗВ.

Отже, під час дослідження меж застосовності лазерного триангуляційного засобу вимірювання геометричних характеристик КС виникає проблема кількісного оцінювання технологічної складової похибки. Ця проблема може бути розв'язана на основі побудови і подальшого аналізу математичної моделі технологічної похибки ЛТД.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У статтях [4, 5] детально розглянуто метод вимірювання геометричних характеристик КС із застосуванням лазерного триангуляційного датчика, а також запропоновано конструкцію засобу вимірювання.

Підходи до моделювання складових похибки чутливих елементів прецизійних засобів вимірювань на основі лазерних датчиків розглянуто у [6–10].

У джерелах [11–14] викладено підхід до математичного моделювання складової похибки засобу вимірювання, який базується на встановленні зв'язку між позірним змінюванням вихідної величини від змінювання параметра, що входить до функції перетворення, за рахунок певної впливної величини.

Утім, як показують результати аналізу змісту розглянутих джерел, у них не ставилося і не розв'язувалося завдання математичного моделювання похибки ЛТД, зумовленої недосконалістю технології виготовлення, збирання та юстирування ЗВ.

**Метою статті** є розроблення математичної моделі та кількісне оцінювання технологічної похибки лазерного триангуляційного датчика, який застосовується для вимірювання геометричних характеристик каналу ствола вогнепальної зброї.

**Виклад основного матеріалу.** На першому етапі досліджень визначимо параметри оптичної схеми ЛТД, відхилення яких від їхніх номінальних (розрахункових) значень чинитиме вплив на функцію перетворення. На наступному етапі отримаємо математичні моделі складових технологічної похибки у вигляді залежностей зміни вихідної величини від впливної, що сприйматиметься вимірювальним каналом засобу вимірювання як поява позірних приростів вимірюваної величини. На завершальному етапі доцільно виконати кількісне оцінювання діапазонів варіювання границь технологічної похибки ЛТД для характерних сполучень умов виконання вимірювань.

Проведемо аналіз змінювання основних параметрів оптичної схеми ЛТД (рис. 1), а саме:

$a$  – відстань від перетину головних оптичних осей фокусувального 1 та приймального 2 об'єктивів до оптичного центра приймального об'єктива;

$b$  – відстань від оптичного центра приймального об'єктива до поверхні світлочутливого детектора 3;

$\alpha$  – кут між головними оптичними осями фокусувального та приймального об'єктивів;

$\beta$  – кут між головною оптичною віссю приймального об'єктива та поверхнею світлочутливого детектора.

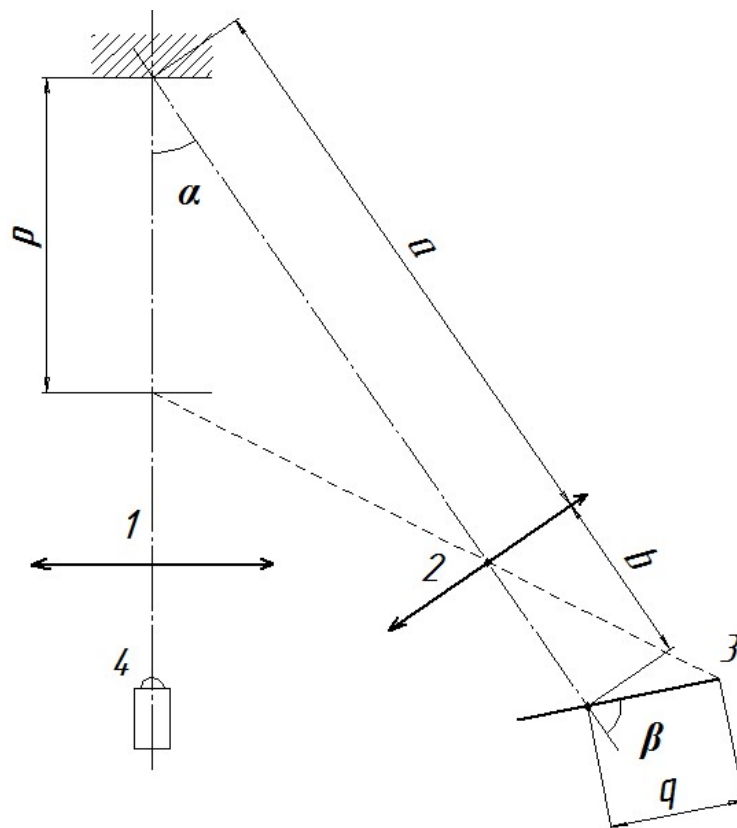


Рисунок 1 – Оптична схема лазерного триангуляційного датчика

Також на рис. 1 іншими символами позначено:

$p$  – вхідна (вимірювана) величина ЛТД (приріст радіуса КС);

$q$  – вихідна величина ЛТД (приріст координати світлової плями на поверхні світлочутливого детектора);

4 – джерело лазерного випромінювання.

У разі відхилень наведених параметрів оптичної схеми від їхніх номінальних значень останні набувають відповідних приростів  $\Delta a_i, \Delta b_i, \Delta \alpha_i, \Delta \beta_i$  і такого значення:

$$\tilde{a}_i = a + \Delta a_i, \tilde{b}_i = b + \Delta b_i, \tilde{\alpha}_i = \alpha + \Delta \alpha_i, \tilde{\beta}_i = \beta + \Delta \beta_i. \quad (1)$$

Прояви технологічних відхилень кожного з параметрів оптичної схеми будемо розглядати через їхній вплив на функцію перетворення ЛТД [4]:

$$p = \frac{q \cdot a \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta)}. \quad (2)$$

Так, у разі змінювання параметра  $a$  згідно з виразом (1) до функції перетворення ЛТД увійде змінене значення  $\tilde{a}_i$ . Під час оброблення вимірювальної інформації це сприйматиметься як відповідне позірне змінювання вимірюваної величини за незмінного вхідного сигналу:

$$p_{a_i} = \frac{q \cdot \tilde{a}_i \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta)}, \quad (3)$$

де  $p_{a_i}$  – позірне значення вимірюваної величини, зумовлене змінюванням параметра  $a$ .

Аналогічно до цього підходу з урахуванням виразу (1) можна записати:

$$p_{b_i} = \frac{q \cdot a \cdot \sin \beta}{\tilde{b}_i \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta)}, \quad (4)$$

$$p_{\alpha_i} = \frac{q \cdot a \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \tilde{\alpha}_i - q \cdot \sin(\tilde{\alpha}_i + \beta)}, \quad (5)$$

$$p_{\beta_i} = \frac{q \cdot a \cdot \sin \tilde{\beta}_i}{b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \tilde{\beta}_i)}. \quad (6)$$

Крім наведених вище факторів, додатковими чинниками є такі:

- відхилення  $\Delta O$  оптичного центру фокусувального об'єктива від розрахункового положення;
- відхилення  $\Delta A$  положення базової грані світлочутливого детектора у площині його розташування.

Для математичного моделювання цих факторів також вважатимемо, що наявність відхилень  $\Delta O$ ,  $\Delta A$  сприйматиметься вимірювальним каналом ЗВ як поява додаткових позірних приростів  $\Delta \alpha'_i, \Delta \alpha''_i$  кута між головними оптичними осями фокусувального та приймального об'єктивів за незмінного вхідного сигналу. Спираючись на такий підхід, можна прийняти, що кожний із двох факторів, які розглядаються, приведе до позірного змінювання параметра  $\alpha$  оптичної схеми ЛТД:

$$\tilde{\alpha}'_i = \alpha + \Delta \alpha'_i, \tilde{\alpha}''_i = \alpha + \Delta \alpha''_i. \quad (7)$$

Позірні значення вимірюваної величини  $p_{\alpha'_i}$  та  $p_{\alpha''_i}$ , зумовлені приростами  $\Delta \alpha'_i$  та  $\Delta \alpha''_i$ , за аналогією до виразу (3) можна записати у такому вигляді:

$$P_{\alpha'_i} = \frac{q \cdot a \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \tilde{\alpha}'_i - q \cdot \sin(\tilde{\alpha}'_i + \beta)}, \quad (8)$$

$$P_{\alpha''_i} = \frac{q \cdot a \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \tilde{\alpha}''_i - q \cdot \sin(\tilde{\alpha}''_i + \beta)}. \quad (9)$$

Дослідження відхилення  $\Delta O$  проведемо із застосуванням оптичної схеми ЛТД із додатковими побудовами (рис. 2).

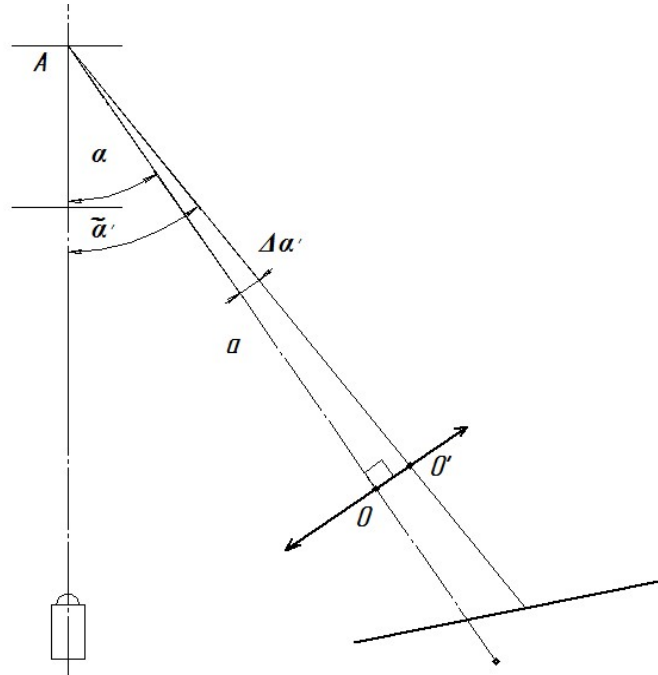


Рисунок 2 – Оптична схема лазерного триангуляційного датчика за наявності відхилення оптичного центра фокусувального об'єктива

На рисунку 2 введено такі позначення:

$O$  – оптичний центр приймального об'єктива;

$O'$  – положення оптичного центра фокусувального об'єктива у разі його відхилення;

$\Delta \alpha'_i$  – кут при вершині  $A$  трикутника  $OAO'$ , який являє собою приріст кута  $\alpha$  під дією фактора, що розглядається;

$\tilde{\alpha}'_i$  – кут між головними оптичними осями фокусувального та приймального об'єктивів з урахуванням відхилення оптичного центра фокусувального об'єктива від розрахункового положення.

Довжину відрізка  $OO' = \Delta O$  можна виразити через тангенс кута  $\Delta \alpha'$ :

$$\operatorname{tg} \Delta \alpha'_i = \frac{\Delta O}{a}. \quad (10)$$

Проводимо тригонометричні перетворення й отримаємо вираз для визначення кута  $\Delta \alpha'$ :

$$\Delta \alpha'_i = \operatorname{arctg} \left( \frac{\Delta O}{a} \right). \quad (11)$$

Проведемо дослідження відхилення  $\Delta A$ , для чого розглянемо оптичну схему ЛТД із додатковими побудовами (рис. 3).

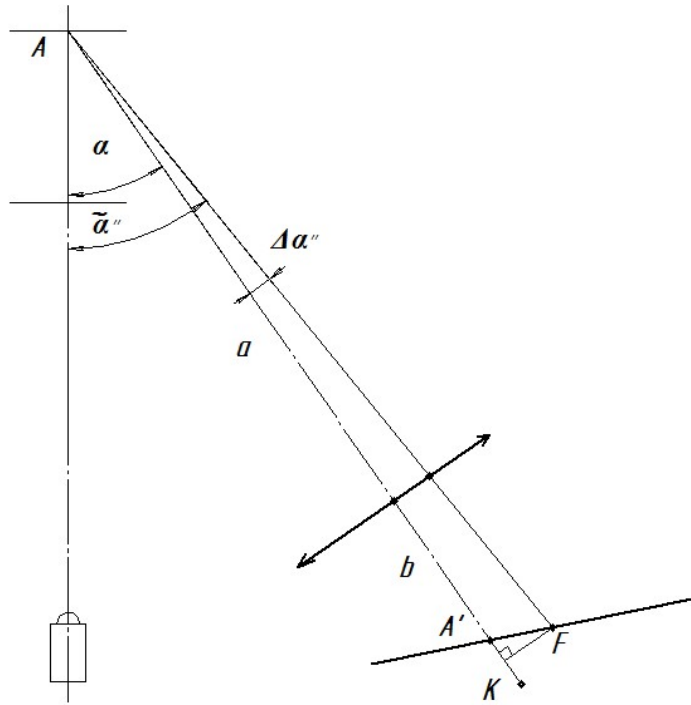


Рисунок 3 – Оптична схема лазерного тріангуляційного датчика за наявності відхилення базової грані світлочутливого детектора

На рисунку 3 введено такі позначення:

$A'$  – точку перетину головної оптичної осі приймального об'єктива з поверхнею світлочутливого детектора;

$A'F$  – відрізок, довжина якого дорівнює відхиленню положення світлочутливого детектора  $\Delta A$ ;

$\Delta\alpha_i''$  – кут при вершині  $A$  трикутника  $A'AF'$ , який являє собою приріст кута  $\alpha$  через відхилення положення світлочутливого детектора;

$\tilde{\alpha}_i''$  – кут між головними оптичними осями фокусувального та приймального об'єктивів з урахуванням відхилення положення світлочутливого детектора.

Опустимо з точки  $F$  перпендикуляр на головну оптичну вісь приймальної лінзи, який перетне її в точці  $K$ , і розглянемо трикутники  $A'FK$  та  $AFK$ . Із трикутника  $AFK$  отримуємо вираз для визначення  $\Delta\alpha_i''$ :

$$\operatorname{tg}\Delta\alpha_i'' = FK / AK, \quad (12)$$

де

$$AK = a + b + A'K. \quad (13)$$

Із трикутника  $A'FK$  одержуємо вираз для визначення  $FK$  та  $A'K$ :

$$FK = A'F \cdot \sin \beta. \quad (14)$$

$$A'K = A'F \cdot \cos \beta. \quad (15)$$

Підставимо вирази (13), (14), (15) до (12) і, враховуючи, що  $A'F = \Delta A$ , запишемо:

$$\operatorname{tg}\Delta\alpha_i'' = \frac{\Delta A \cdot \sin \beta}{a + b + \Delta A \cdot \cos \beta}. \quad (16)$$

Проводимо належні тригонометричні перетворення і дістанемо вираз для визначення  $\Delta\alpha''$ :

$$\Delta\alpha_i'' = \operatorname{arctg}\left(\frac{\Delta A \cdot \sin \beta}{a + b + \Delta A \cdot \cos \beta}\right). \quad (17)$$

Позірне змінювання вимірюваної величини через технологічні відхилення розглядатимемо як появу відповідних складових інструментальної похибки ЛТД за його входом, які мають систематичний характер для одного конкретного зразка ЗВ, але змінюються у певних межах для сукупності різних зразків ЗВ. У цьому випадку згідно з [15] вважають, що такі систематичні похибки змінюються нерегулярно, залишаючись у границях  $\Delta p_{a_i}$ ,  $\Delta p_{b_i}$ ,  $\Delta p_{\alpha_i}$ ,  $\Delta p_{\beta_i}$ ,  $\Delta p_{\alpha_i}'$ ,  $\Delta p_{\alpha_i}''$ . Надалі у разі об'єднання ці складові похибки розглядають як випадкові величини і приймають, що у визначених границях вони розподілені рівномірно.

Знайдемо границі похибок  $\Delta p_{a_i}$ ,  $\Delta p_{b_i}$ ,  $\Delta p_{\alpha_i}$ ,  $\Delta p_{\beta_i}$ ,  $\Delta p_{\alpha_i}'$ ,  $\Delta p_{\alpha_i}''$  за входом ЛТД. З урахуванням виразів (3) – (6) та (7) їх можна подати у такому вигляді:

$$\Delta p_{a_i} = p_{a_i} - p, \quad \Delta p_{b_i} = p_{b_i} - p, \quad \Delta p_{\alpha_i}' = p_{\alpha_i}' - p, \quad \Delta p_{\alpha_i}'' = p_{\alpha_i}'' - p, \quad (18)$$

$$\Delta p_{\alpha_i} = p_{\alpha_i} - p, \quad \Delta p_{\beta_i} = p_{\beta_i} - p. \quad (19)$$

Використовуючи вирази (18) і відповідні їм (3), (4) та (1) отримаємо вирази для визначення границь похибок  $\Delta p_{a_i}$ ,  $\Delta p_{b_i}$ :

$$\Delta p_{a_i} = \frac{\Delta a_i \cdot q \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta)}, \quad (20)$$

$$\Delta p_{b_i} = \frac{-\Delta b_i \cdot a \cdot q \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta}{(b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta))^2 + \Delta b_i \cdot \sin \alpha \cdot (b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta))}. \quad (21)$$

З використанням виразів (19) і відповідних їм (18) та (1), дістанемо вирази для визначення границь похибок  $\Delta p_{\alpha_i}$ ,  $\Delta p_{\beta_i}$ :

$$\begin{aligned} \Delta p_{\alpha_i} &= a \cdot q \cdot \sin \beta \times \\ &\times \frac{b \cdot (\sin \alpha - \sin(\alpha + \Delta \alpha_i)) + q \cdot (\sin(\alpha + \Delta \alpha_i + \beta) - \sin(\alpha + \beta))}{(b \cdot \sin(\alpha + \Delta \alpha_i) - q \cdot \sin(\alpha + \Delta \alpha_i + \beta)) \cdot (b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta))}. \end{aligned} \quad (22)$$

Застосуємо формулу синуса суми кутів:

$$\sin(\alpha + \Delta \alpha_i) = \sin \alpha \cdot \cos \Delta \alpha_i + \cos \alpha \cdot \sin \Delta \alpha_i, \quad (23)$$

$$\sin(\alpha + \beta + \Delta \alpha_i) = \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \Delta \alpha_i + \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin \Delta \alpha_i. \quad (24)$$

Відповідно до першої важливої границі вирази (23) і (24) можна подати у вигляді

$$\sin(\alpha + \Delta \alpha_i) = \sin \alpha + \cos \alpha \cdot \Delta \alpha_i, \quad (25)$$

$$\sin(\alpha + \beta + \Delta \alpha_i) = \sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) \cdot \Delta \alpha_i. \quad (26)$$

Остаточний вираз для  $\Delta p_{\alpha_i}$  отримаємо, виконавши підстановку виразу (25) у (22):

$$\begin{aligned} \Delta p_{\alpha_i} &= \\ &= \frac{a \cdot q \cdot \sin \beta \cdot \Delta \alpha_i \cdot (q \cdot \cos(\alpha + \beta) - b \cdot \cos \alpha)}{(b \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \Delta \alpha_i) - q \cdot (\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) \cdot \Delta \alpha_i)) \cdot (b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta))}. \end{aligned} \quad (27)$$

Аналогічно одержуємо вираз для  $\Delta p_{\beta_i}$ :

$$\begin{aligned} & \Delta p_{\beta_i} = \\ & = \frac{\Delta \beta_i \cdot a \cdot q \cdot \sin \alpha \cdot (b \cdot \cos \beta - q)}{(b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta))^2 - \Delta \beta_i \cdot q \cdot \cos(\alpha + \beta) \cdot (b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta))}. \end{aligned} \quad (28)$$

Використовуючи вирази (18) і відповідні їм (8), (9) та (7), а також (23)–(26), отримаємо вирази для визначення границь похибок  $\Delta p_{\alpha'_i}$ ,  $\Delta p_{\alpha''_i}$ :

$$\begin{aligned} & \Delta p_{\alpha'_i} = \\ & = \frac{a \cdot q \cdot \Delta O \cdot \sin \beta}{(b \cdot (a \cdot \sin \alpha + \Delta O \cdot \cos \alpha) - q \cdot (a \cdot \sin(\alpha + \beta) + \Delta O \cdot \cos(\alpha + \beta)))} \times \\ & \quad \times \frac{(q \cdot \cos(\alpha + \beta) - b \cdot \cos \alpha)}{(b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta))}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & \Delta p_{\alpha''_i} = \\ & \frac{q \cdot a \cdot \Delta A \cdot \sin^2 \beta}{\left( b \cdot \left( \sin \alpha + \cos \alpha \cdot \frac{\Delta A \cdot \sin \beta}{a + b + \Delta A \cdot \cos \beta} \right) - q \cdot \left( \sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) \cdot \frac{\Delta A \cdot \sin \beta}{a + b + \Delta A \cdot \cos \beta} \right) \right)} \times \\ & \quad \times \frac{(q \cdot \cos(\alpha + \beta) - b \cdot \cos \alpha)}{(b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta)) \cdot (a + b + \Delta A \cdot \cos \beta)} \end{aligned} \quad (30)$$

Границі похибок  $\delta p_{a_i}$ ,  $\delta p_{b_i}$ ,  $\delta p_{\alpha_i}$ ,  $\delta p_{\beta_i}$ ,  $\delta p_{\alpha'_i}$ ,  $\delta p_{\alpha''_i}$  у відносній формі визначатимемо відповідно до виразів

$$\delta p_{a_i} = \frac{\Delta p_{a_i}}{p}, \quad \delta p_{b_i} = \frac{\Delta p_{b_i}}{p}, \quad \delta p_{\alpha'_i} = \frac{\Delta p_{\alpha'_i}}{p}, \quad \delta p_{\alpha''_i} = \frac{\Delta p_{\alpha''_i}}{p}, \quad \delta p_{\alpha_i} = \frac{\Delta p_{\alpha_i}}{p}, \quad \delta p_{\beta_i} = \frac{\Delta p_{\beta_i}}{p}. \quad (31)$$

Після виконання алгебраїчних перетворень виразів (31), (20), (21), (27)–(30) матимемо:

$$\delta p_{a_i} = \frac{\Delta a_i}{a}, \quad (32)$$

$$\delta p_{b_i} = \frac{-\Delta b_i \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha (b + \Delta b_i) - q \cdot \sin(\alpha + \beta)}, \quad (33)$$

$$\delta p_{\alpha_i} = \frac{\Delta \alpha_i \cdot (q \cdot \cos(\alpha + \beta) - b \cdot \cos \alpha)}{b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta) - \Delta \alpha_i \cdot (q \cdot \cos(\alpha + \beta) - b \cdot \cos \alpha)}, \quad (34)$$

$$\delta p_{\beta_i} = \frac{\Delta \beta_i \cdot \sin \alpha \cdot (b \cdot \cos \beta - q)}{\sin \beta \cdot ((b \cdot \sin \alpha - q \cdot \sin(\alpha + \beta)) - \Delta \beta_i \cdot q \cdot \cos(\alpha + \beta))}, \quad (35)$$

$$\delta p_{\alpha'_i} = \frac{\Delta O \cdot (q \cdot \cos(\alpha + \beta) - b \cdot \cos \alpha)}{b \cdot (a \cdot \sin \alpha + \Delta O \cdot \cos \alpha) - q \cdot (a \cdot \sin(\alpha + \beta) + \Delta O \cdot \cos(\alpha + \beta))}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & \delta p_{\alpha_i''} = \\ & = \frac{\Delta A \cdot \sin \beta}{\left( b \cdot \left( \sin \alpha + \cos \alpha \cdot \frac{\Delta A \cdot \sin \beta}{a + b + \Delta A \cdot \cos \beta} \right) - q \cdot \left( \sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) \cdot \frac{\Delta A \cdot \sin \beta}{a + b + \Delta A \cdot \cos \beta} \right) \right)} \times \\ & \quad \times \frac{(q \cdot \cos(\alpha + \beta) - b \cdot \cos \alpha)}{(a + b + \Delta A \cdot \cos \beta)} \end{aligned} \quad (37)$$

Технологічні відхилення параметрів і відповідні їм складові похибки у загальному випадку цілком обґрунтовано можна розглядати як некорельовані (або слабо корельовані) [15]. Однак у реальних умовах під час виготовлення, збирання та юстирування ЛТД найбільш доцільним з економічної точки зору є застосування лише одного зразка ЗВ лінійних розмірів та одного зразка – кутових величин. Цей фактор може призвести до появи кореляційних зв'язків між відповідними складовими похибки. Отже, для об'єднання складових технологічної похибки враховуватимемо кореляцію між  $\delta p_{a_i}$ ,  $\delta p_{b_i}$ ,  $\delta p_{\alpha_i}$ ,  $\delta p_{\beta_i}$ , а також між  $\delta p_{\alpha_i'}$ ,  $\delta p_{\beta_i'}$ . При цьому статистичні довірчі границі сумарної систематичної відносної похибки  $\delta_{i\Sigma}$  знаходимо за виразом

$$\delta p_{i\Sigma} = \sqrt{\sum_{j=1}^m \delta_j^2} = \sqrt{(\delta p_{a_i} + \delta p_{b_i} + \delta p_{\alpha_i'} + \delta p_{\alpha_i'')^2 + (\delta p_{\alpha_i} + \delta p_{\beta_i})^2}. \quad (38)$$

Для визначення статистичних довірчих границь сумарної систематичної абсолютної похибки використаємо вираз

$$\Delta p_{i\Sigma} = \delta p_{i\Sigma} \cdot p, \quad (39)$$

де  $p$  – діапазон вимірювання.

Таким чином, сукупність виразів (20), (21), (27)–(30), (32)–(37) для оцінювання статистичних довірчих границь сумарної систематичної похибки, зумовленої технологічними відхиленнями параметрів ЛТД, являє собою математичну модель технологічної похибки ЛТД.

Кількісне оцінювання складових технологічної похибки ЛТД проведемо для випадку застосування поширених засобів вимірювання лінійних розмірів та кутових величин, які серійно виготовляються вітчизняними і закордонними виробниками, наприклад, координатно-вимірювальної машини TESLA MICRO-NITE 3D [16] та гоніометра ГС-1Л [17].

Сполучення параметрів оптичної схеми ЛТД виберемо такими, що відповідатимуть характеристикам основних зразків зброї, які перебувають на озброєнні Національної гвардії України, і за діапазонами калібрів належать до стрілецької зброї (7,62 мм – 19,99 мм), артилерії малого (20,00 мм – 75,99 мм), середнього (76,00 мм – 151,99 мм) та великого (152,00 мм і більше) калібрів [18].

У процесі розрахунків одержано результати, які подано у вигляді таблиць і графіків залежностей границь відносної  $\delta p_{i\Sigma}(p)$  та абсолютної  $\Delta p_{i\Sigma}(p)$  технологічних похибок від приросту радіуса КС у діапазоні вимірювань. Приклади залежностей  $\Delta p_{i\Sigma}(p)$  наведено на рис. 4–7.



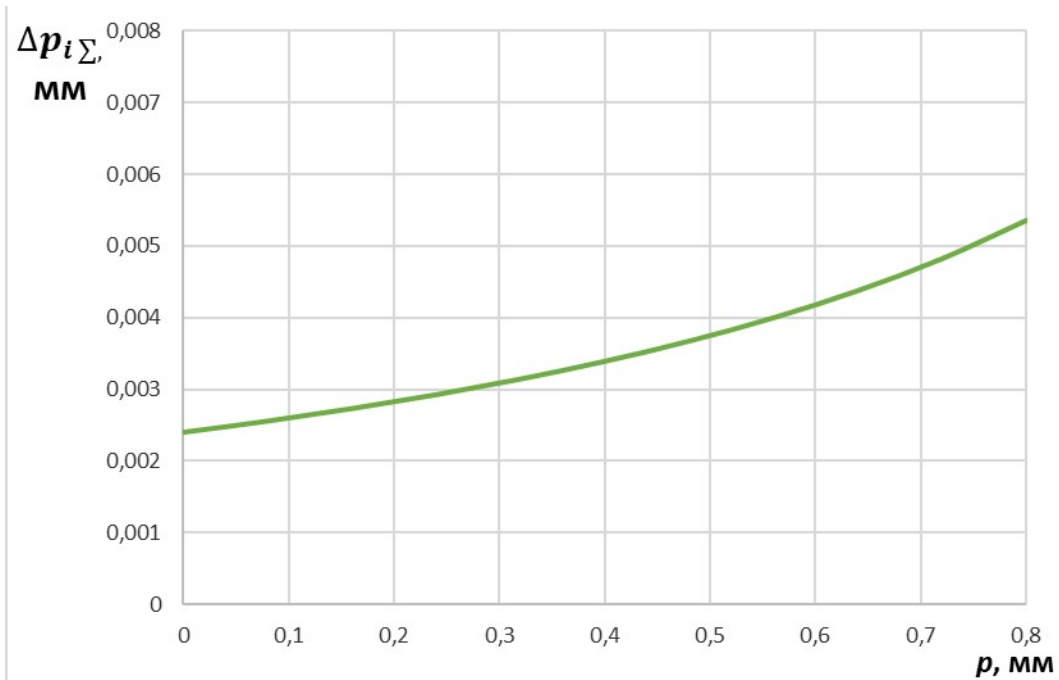


Рисунок 4 – Графік залежності  $\Delta p_{i\Sigma}(r)$  для лазерного тріангуляційного датчика, що відповідає параметрам каналу ствола стрілецької зброї

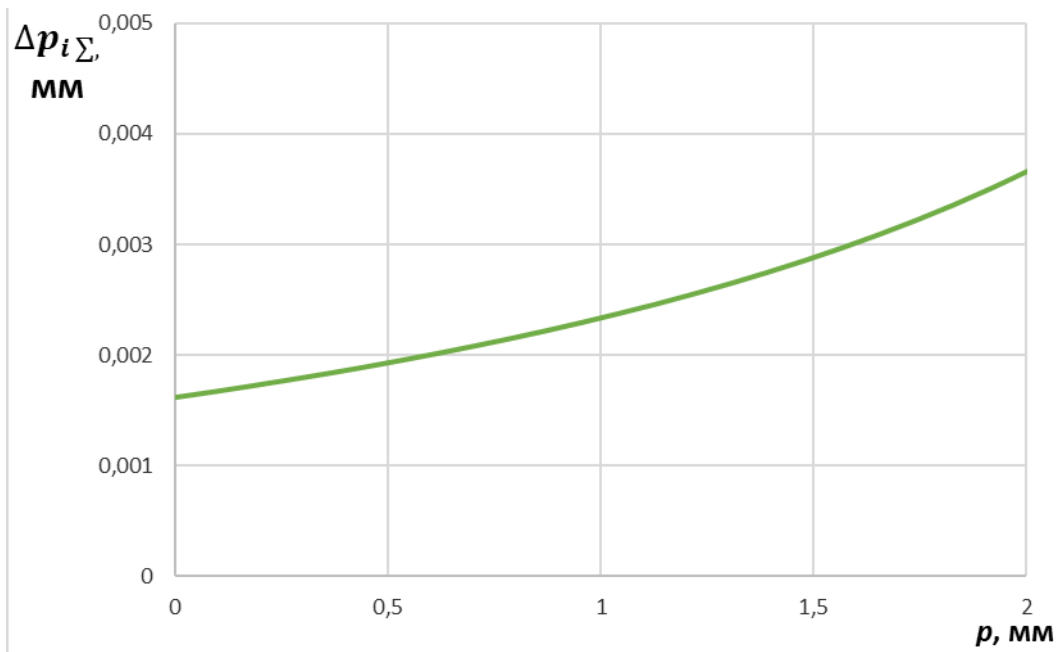


Рисунок 5 – Графік залежності  $\Delta p_{i\Sigma}(r)$  для лазерного тріангуляційного датчика, що відповідає параметрам каналу ствола артилерії малого калібра

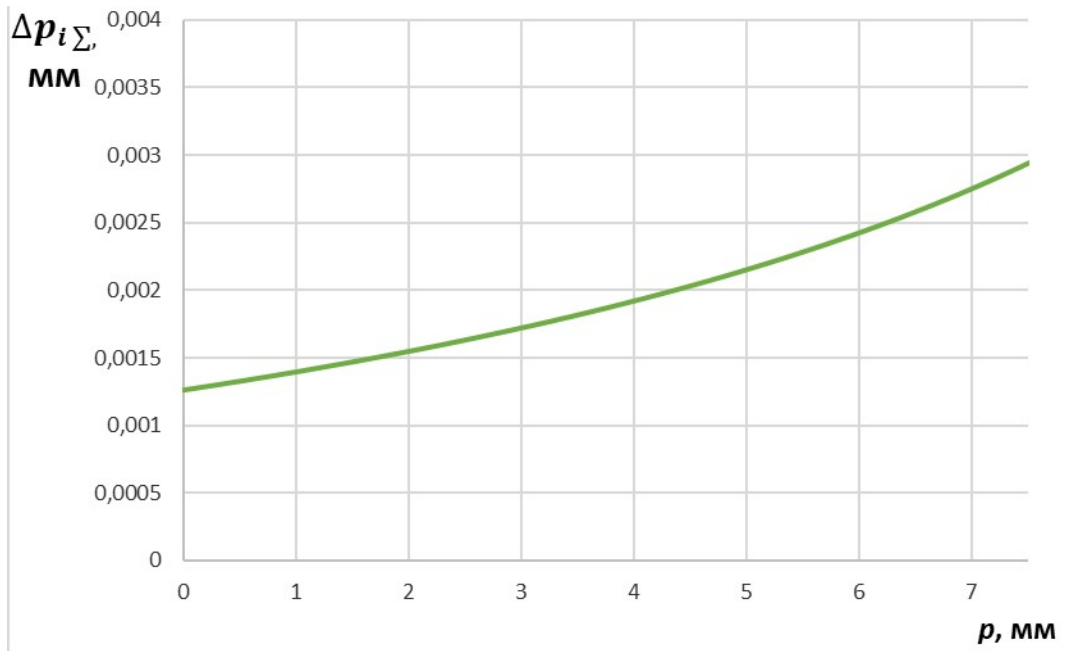


Рисунок 6 – Графік залежності  $\Delta p_{i\Sigma}(r)$  для лазерного тріангуляційного датчика, що відповідає параметрам каналу ствола артилерії середнього калібру

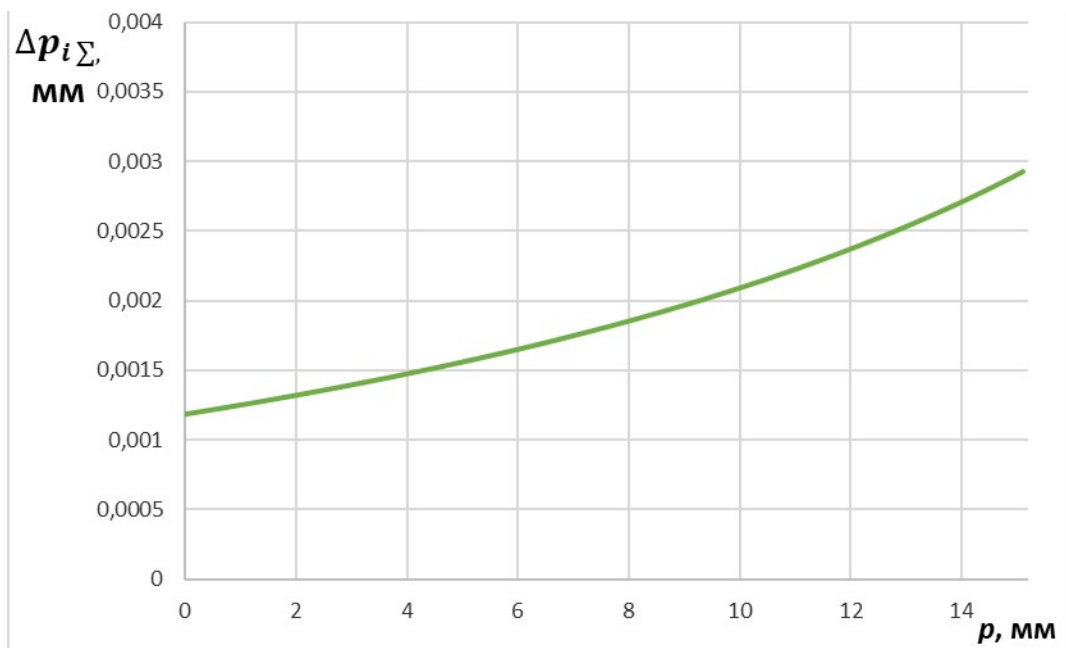


Рисунок 7 – Графік залежності  $\Delta p_{i\Sigma}(r)$  для лазерного тріангуляційного датчика, що відповідає параметрам каналу ствола артилерії великого калібру

Аналіз графіків показує, що технологічна похибка зростає із наближенням до верхньої межі діапазону вимірювання і є мінімальною на його початку. Така властивість похибки цілком прийнятна з точки зору концепції вимірювання, за якою вбачається найбільша цінність інформації про параметри КС саме у початковій частині діапазону вимірювання (тобто тій, що відповідає найменшому зношуванню КС і початковій стадії його деградації).

Крім того, спостерігається зменшення технологічної похибки у разі збільшення калібру ствола. Цей факт може пояснюватися тим, що у випадку збільшення діаметра КС зростає простір для

розташування елементів оптичної схеми ЛТД і збільшуються відстані  $a$  (від перетину головних оптичних осей фокусувального та приймального об'єктивів до оптичного центра приймального об'єктива) та  $b$  (від оптичного центра приймального об'єктива до поверхні світлочутливого детектора). З огляду на особливості виразів (32)–(37), до яких параметри  $a$  та  $b$  входять як аргументи, збільшення останніх приводить до зменшення значення границі технологічної похибки.

### Висновки

Аналіз результатів кількісного оцінювання свідчить, що границя абсолютної технологічної похибки перебуває у межах  $\pm 0,0012$  мм –  $0,0050$  мм. Ці значення дають змогу попередньо припустити, що метод і засіб вимірювання, які розглядаються у статті, мають певний запас відносно вимог до точності вимірювань параметрів каналів стволів.

Остаточний висновок щодо меж застосовності лазерного триангуляційного засобу вимірювання геометричних характеристик каналів стволів може бути зроблено після досліджень, спрямованих на моделювання і кількісне оцінювання впливу відхилень температури та інших чинників на результати вимірювання.

Подальшими напрямками дослідження мають бути розроблення математичних моделей інших складових повної похибки засобу вимірювання та обґрунтування методу їхнього розрахункового об'єднання.

### Перелік джерел посилання

1. Крюков О. М., Мельніков Р. С., Музичук В. А. Метод діагностування технічного стану каналів стволів та боєприпасів на основі ідентифікації характеристик балістичних елементів пострілу. *Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України*. Харків, 2018. Вип. 2. С. 5–11.
2. Крюков О. М., Мудрик В. Г. Перспективи експериментального визначення балістичних елементів пострілу. *Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України*. Харків, 2013. Вип. 1. С. 21–24.
3. Крюков О. М., Александров О. А. Проблеми вимірювального контролю параметрів внутрішньобалістичних процесів. *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. Харків, 2009. Вип. 1. С. 150–152.
4. Крюков О. М., Мігура О. О. Математична модель оптико-механічного датчика для вимірювання геометричних характеристик каналів стволів вогнепальної зброї. *Честь і закон*. 2023. № 1 (84). С. 78–85.
5. Крюков О. М., Мігура О. О. Метод технічного діагностування каналів стволів вогнепальної зброї на основі визначення їх геометричних характеристик. *Честь і закон*. 2023. № 3 (86). С. 101–109.
6. Сікора Любомир. Лазерні інформаційно-вимірювальні системи для управління технологічними процесами. *Теорія сигналів і систем*. Львів : Каменяр, 1998. 453 с.
7. Зайцев Є. О. Аналіз похибки дискретизації лазерних далекомірів на основі дискретного перетворення Гільберта. *Технічна електродинаміка*. 2015. № 4. С. 89–94.
8. Shinichi Tamura, Eung-Kyeu Kim, Robert Close, Yoshinobu Sato. Error correction in laser scanner three-dimensional measurement by two-axis model and coarse-fine parameter search. *Pattern Recognition*. March 1994. Vol. 27. Issue 3. P. 331–338.
9. Vlaeyen M., Boeckmans B., Haitjema H., Dewulf W. Measurement error model for laser line scanners. Proceedings of the 20th International Conference of the *European Society for Precision Engineering and Nanotechnology*, EUSPEN 2020.
10. Rainer G. Dorsch, Gerd Häusler, and Jürgen M. Herrmann. Laser triangulation: fundamental uncertainty in distance measurement. *Applied Optics*. 1994. Vol. 33. Issue 7. P. 1306–1314. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.33.001306>.
11. Kyrychuk Y. V., Ornatskyi D. P., Osmolovskyi O. I. Use of triangulation laser sensors to improve metrological characteristics of gyroscopic gyrometers. *European applied sciences*. 2014. Vol. 1. P. 112–114.
12. Кучеренко О. К. Визначення функції передачі модуляції оптичного передавача при наявності похибок базування лазерного випромінювача. *Вісник Хмельницького національного університету*. Хмельницький, 2021. № 6 (303). С. 167–170.
13. Sansi Li, Xinting Jia, Mengwei Chen, Yingping Yang. Error analysis and correction for color in laser triangulation measurement. *Optik*. September 2018. Vol. 168. P. 165–173.

14. Natalia Swojak, Michał Wieczorowski, Michał Jakubowicz. Assessment of selected metrological properties of laser triangulation sensors. *Measurement*. May 2021. Vol. 176. No. 109190.
15. Чинков В. М. Основи метрології та вимірювальної техніки : навч. посіб. Харків : НТУ «ХП», 2005. 524 с.
16. Координатно-вимірювальна машина TESA MICRO-NITE. URL: <http://surl.li/rolbq> (дата звернення: 21.12.2023).
17. Кутовимірювальна система ГС1Л. URL: <http://surl.li/rolbv> (дата звернення: 21.12.2023).
18. Дерев'янчук А. Й. Основи будови артилерійських гармат і боєприпасів : навч. посіб. Суми : СумДУ, 2011. 716 с.

Стаття надійшла до редакції 23.01.2024 р.

UDC 623.482+62-408.64:531.715.2+53.082.531

**О. Kriukov, O. Migura**

### MATHEMATICAL MODELING AND ANALYSIS OF THE TECHNOLOGICAL ERROR OF THE MEANS OF MEASURING THE GEOMETRIC CHARACTERISTICS OF THE BORES OF FIREARMS

*The work is devoted to the construction of mathematical models and quantitative assessment of the components of the technological error of a laser triangulation sensor for measuring the geometric characteristics of firearms bore.*

*The existence of problematic issues in the field of evaluating the metrological characteristics of laser triangulation means for technical diagnostics of firearms barrel channels is highlighted. An analysis of publications on the evaluation of laser triangulation sensor error caused by imperfect manufacturing, assembly and adjustment technology of the measuring instrument is carried out, and known approaches to their mathematical modeling are considered. The need to develop mathematical models of the components of the technological error of a laser triangulation sensor and to quantify this error is substantiated.*

*The parameters of the optical scheme of the laser triangulation sensor, whose deviation from their nominal (calculated) values will affect the transformation function, are determined. It is shown that the presence of a technological error during the processing of measurement information will be perceived as an apparent change in the measured value with a constant input signal.*

*On the basis of algebraic transformations of expressions reflecting the relationship between the output value of a laser triangulation sensor and deviations of the optical circuit parameters from their nominal values, mathematical models of the components of technological error are obtained, which are presented in the form of error limits at the input of the measuring instrument. The expressions for determining the confidence limits of the total technological error, taking into account the correlation between its components, are substantiated.*

*A quantitative assessment of the technological error for characteristic combinations of weapon parameters (for four ranges of barrel calibers) was carried out. The results of the quantitative assessment are presented in the form of graphs of the dependence of the limits of relative and absolute technological error on the increase in the bore radius in the measurement range. The data obtained were analyzed, the features of the dependencies were determined, and conclusions were drawn about the compliance of the characteristics of the technological error of the measuring instrument with the requirements for its accuracy.*

**Keywords:** *mathematical model, bore, technical condition, diagnostic method, laser triangulation sensor, geometric characteristic, technological error, measuring instrument, technical diagnostics, error component.*

**Крюков Олександр Михайлович** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри управління та логістики Національної академії Національної гвардії України  
<https://orcid.org/0000-0003-4194-6081>

**Мігура Олексій Олександрович** – ад'юнкт Національної академії Національної гвардії України  
<https://orcid.org/0000-0003-0327-9839>